

УДК 004.492

ВИКОРИСТАННЯ СИСТЕМИ АНАЛІТИЧНИХ ОБЧИСЛЕНЬ MAPLE ДЛЯ СИНТЕЗУ РЕВЕРСИВНИХ ЦИФРОВИХ ФІЛЬТРІВ З НЕКАНОНІЧНИМИ ГІПЕРКОМПЛЕКСНИМИ ЧИСЛОВИМИ СИСТЕМАМИ

Каліновський Я.О., Боярінова Ю.Є., Хіцко Я.В.

1. Постановка проблеми

В роботах [1-6] описано загальний підхід до використання гіперкомплексних числових систем (ГЧС) в розрахунках чутливості фільтра, де застосовуються, в основному, канонічні ГЧС. У даній роботі досліджуються методи синтезу цифрових фільтрів з неканонічними ГЧС, що відкриває шляхи зниження параметричної чутливості фільтрів.

2. Мета роботи

Розробити методи оптимізації параметричної чутливості фільтрів.

3. Оптимізація параметричної чутливості.

Методика синтезу структури фільтра шляхом перетворення цифрового реверсивного фільтра n -го порядку з дійсними коефіцієнтами в цифровий реверсивний фільтр першого порядку з гіперкомплексними коефіцієнтами, докладно описана в [4]. Розглянемо неканонічну комутативну ГЧС $\Gamma(e,3)$ розмірності 3 вигляду: $e_i \cdot e_i = e_i, i = 1,2,3$; $e_2 \cdot e_2 = -2e_1 - 3e_3$; $e_3 \cdot e_3 = -8e_1 - 4e_2$; $e_2 \cdot e_3 = -e_3$. Передавальна функція фільтра з коефіцієнтами $A = a_1e_1 + a_2e_2 + a_3e_3$, $B = b_1e_1 + b_2e_2 + b_3e_3$, $C = c_1e_1 + c_2e_2 + c_3e_3$, $A, B, C \in \Gamma(e,3)$, матиме вигляд:

$$H_{\Gamma} = \frac{a_1 + \frac{K}{z} + \frac{M}{z^2} + \frac{L}{z^3}}{1 + \frac{T}{z} + \frac{P}{z^2} + \frac{Q}{z^3}},$$

де коефіцієнти- кубічні функції параметрів передавальної функції.

Наприклад, якщо розглянути фільтр третього порядку [1] з дійсними коефіцієнтами і передавальною функцією:

$$H = \frac{0.287589 + 0.6888683 \cdot z^{-1} + 0.6888683 \cdot z^{-2} + 0.287589 \cdot z^{-3}}{1 + 0.418204 \cdot z^{-1} + 0.473048 \cdot z^{-2} + 0.061292 \cdot z^{-3}},$$

то, прирівнюючи значення коефіцієнтів знаменника з однаковими z^{-i} , знаходимо значення коефіцієнтів: a_1, c_1, c_2, c_3 та залежності a_2, a_3, b_2 від b_1, b_3 .

Якщо припустити: $b_1 = b_3 = 0$, то графік відношення параметричної чутливості побудованого фільтра з гіперкомплексними коефіцієнтами до параметричної чутливості фільтра з дійсними коефіцієнтами показаний на рис. 1. Як бачимо, чутливість гіперкомплексного фільтра в цілому нижча, ніж чутливість дійсного фільтра.

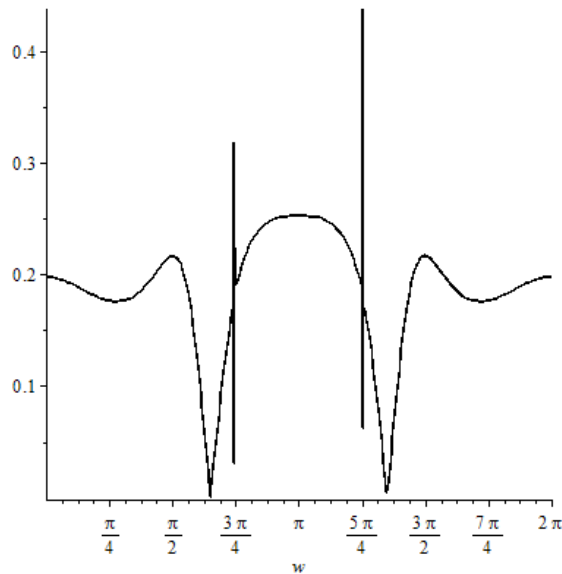


Рис.1. Відношення параметричних чутливостей

Як бачимо, чутливість гіперкомплексного фільтра в цілому нижча, ніж чутливість дійсного фільтра. Оскільки функція чутливості позитивна на всьому відрізку $\omega = 0..2\pi$, то в якості критерію оптимальності параметричної чутливості можна взяти суму її значень для деякої сукупності значень ω - $S_{RCS}(\omega, b_1, b_3)$. Функція $S_{RCS}(\omega, b_1, b_3)$ є надто громіздкою і тому спроба застосування градієнтного методу оптимізації виявилась невдалою.

Для оптимізації достатньо знайти наближений оптимум, що можна виконати шляхом побудови тривимірного графіку функції $S_{RCS}(\omega, b_1, b_3)$, для чого використовувалися процедури системи аналітичних обчислень MAPLE. При цьому можлива багатоступенева процедура: спочатку вибирається широка область пошуку, потім вона звужується. Відповідно на рис. 2. представлена широка область пошуку, на рис. 3. - звужена.

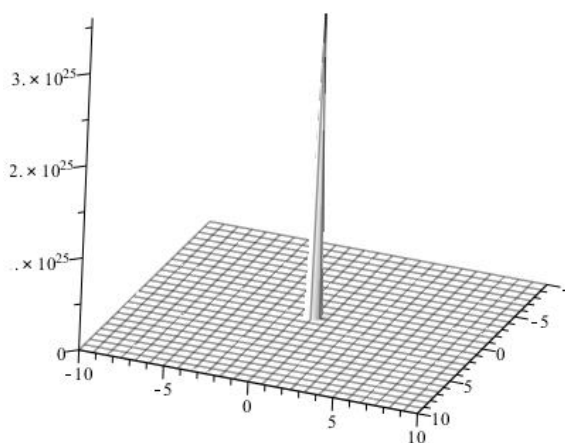


Рис. 2. Графік $S_{RCS}(\omega, b_1, b_3)$ для широкої області пошуку; $b_1 \in \{-10..10\}, b_3 \in \{-10..-10\}$.

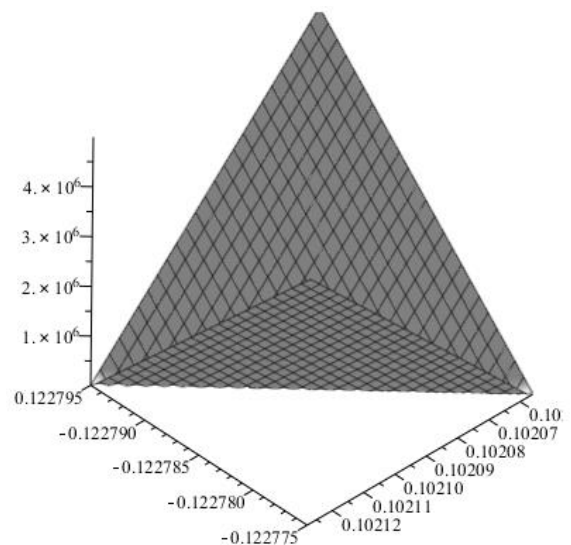


Рис. 3. Графік $S_{RCS}(\omega, b_1, b_3)$ для звуженої області; $b_1 \in \{0.102056..0.102128\}$, $b_3 \in \{-0.122795..-0.122775\}$.

Висновки. В роботі показано, що застосування неканонічних ГЧС дозволяє знизити сумарну параметричну чутливість цифрового фільтра. Якщо ж застосувати оптимізацію параметричної чутливості, можливо отримати ще нижчу параметричну чутливість для деяких значень ω .

ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Toyoshima H., Higuchi S. Design of Hypercomplex All-Pass Filters to Realize Complex Transfer Functions // Proc. Second Int. Conf. Information, Communications and Signal Processing. — 1999Dec. — #2B3.4. — P.1-5.
2. Toyoshima H. Computationally Efficient Implementation of Hypercomplex Digital Filters // IEICE Trans. Fundamentals. — Aug. 2002. — E85-A, 8. — P.1870-1876.
3. Калиновский Я.А., Бояринова Ю.Е. Высокоразмерные изоморфные гиперкомплексные числовые системы и их использование для повышения эффективности вычислений. Инфодрок, 2012.- 183с.
4. Каліновський Я.О., Федоренко О.В. Основи побудови цифрових фільтрів із гіперкомплексними коефіцієнтами./ Я.О.Каліновський, О.В.Федоренко // Реєстрація, зберігання і обробка даних. — 2009. — Т. 11, №1. — С. 52–59.
5. Kalinovsky J. Development of theoretical bases and toolkit for information processing in hypercomplex numerical systems. / J. Kalinovsky, M. Sinkov, Y. Boyarinova, O.Fedorenko., T.Sinkova// Pomary. Automatyka. Komputery w gospodarce i ochronie srodowiska –2009.–№ 1.– p.18-21.
6. О.В. Федоренко Цифрові фільтри з низькою параметричною чутливістю / О.В. Федоренко // Реєстрація, зберігання і обробка даних. — 2008. — Т. 10, №2. — С. 87–94.

УДК 004.942

ОБРАБОТКА ГИПЕРКОМПЛЕКСНЫХ ДАННЫХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПАКЕТА СИМВОЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ В СРЕДЕ MAPLE

Калиновский Я.А. Бояринова Ю.Е., Сукало А.С.

1. Постановка проблемы. Гиперкомплексные числа нашли широкое применение в различных отраслях науки техники [1] – это механика, навигация, криптография, цифровая обработка сигналов и др. Оперирование с гиперкомплексными числами, особенно в символьной форме, вызывает значительные трудности [2], связанные с их многомерностью. Так, например, для перемножения двух кватернионов с численными коэффициентами, являющихся четырехмерными гиперкомплексными числами, необходимо выполнить 16 вещественных умножений и 12 сложений. Но коэффициенты в гиперкомплексных числах могут быть не только вещественными числами, а и алгебраическими выражениями с полиномами, различными функциями и гиперкомплексными числами, в том числе и с символьными переменными и коэффициентами. Поэтому оперирование с такими объектами требует применения средств и систем компьютерной алгебры.

2. Целью работы является создание программного средства, которое повышает эффективность математического моделирования различных научно-технических задач с использованием гиперкомплексных числовых систем различной размерности.